4.4.6 Graf funkce III

Předpoklady: 040405

Př. 1: Urči definiční obor funkcí.

a) $y=\frac{x+2}{2x-3}$ b) $y=\sqrt{3x+1}$ c) $y=\frac{1}{2x^2+x}$ d) $y=\sqrt{4-5x}$

a) $y=\frac{x+2}{2x-3}$

Zadání obsahuje zlomek, nesmíme dělit nulou $\Rightarrow\ 2x-3\neq 0 \quad /+3$

$2x\neq 3 \quad /:2$

$\Rightarrow\ x\neq\frac{3}{2}$ $\qquad D(f)=R-\left\{\frac{3}{2}\right\}$

b) $y=\sqrt{3x+1}$

Pod odmocninou nesmí být záporné číslo: $3x+1\geq 0 \quad /-1$

$3x\geq -1 \quad /:3$

$x\geq -\frac{1}{3}\ \Rightarrow\ D(f)=\left\langle -\frac{1}{3};\infty\right)$

c) $y=\frac{1}{2x^2+x}$

Zadání obsahuje zlomek, nesmíme dělit nulou $\Rightarrow\ 2x^2+x\neq 0$

$2x^2+x=x(2x+1)\neq 0\ \Rightarrow\ x\neq 0;-\frac{1}{2}$ $\qquad D(f)=R-\left\{-\frac{1}{2};0\right\}$

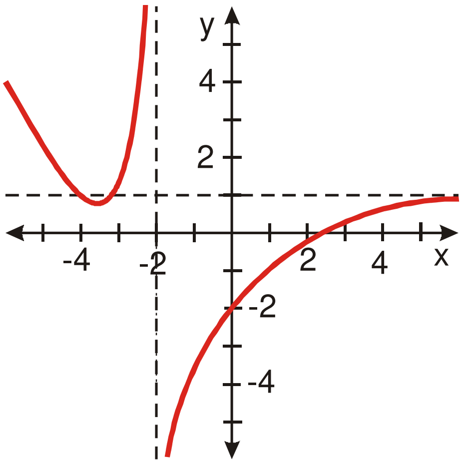
d) $y=\sqrt{4-5x}$

Pod odmocninou nesmí být záporné číslo: $4-5x\geq 0 \quad /+5x$

$4\geq 5x \quad /:5$

$\frac{4}{5}\geq x\ \Rightarrow\ D(f)=\left(-\infty;\frac{4}{5}\right\rangle$

Jednou z nevýhod grafů je skutečnost, že nemohou zachytit funkce s definičním oborem (oborem hodnot) jdoucím k nekonečnu. U takových funkcí však můžeme vhodně alespoň naznačit, jak se funkce chová.



Na obrázku je zachycena funkce, jejíž hodnoty:

- se pro nad všechny meze se zvětšující hodnoty proměnné x (pro x se blížící k nekonečnu) blíží k hodnotě $y=1$ (blíží se k 1),
- se pro pod všechny meze se zmenšující hodnoty proměnné x (pro x se blížící k mínus nekonečnu) rostou hodnoty y nade všechny meze (y se blíží k plus nekonečnu),
- pro hodnoty x, které se blíží zleva (z menších hodnot) k -2, se hodnoty y blíží k plus nekonečnu,
- pro hodnoty x, které se blíží zprava (z větších hodnot) k -2, se hodnoty y blíží k mínus nekonečnu.

Černé čárkované čáry slouží jako ukazatele toho, že funkce se k něčemu blíží.

Př. 2: Pro funkci na obrázku urči:

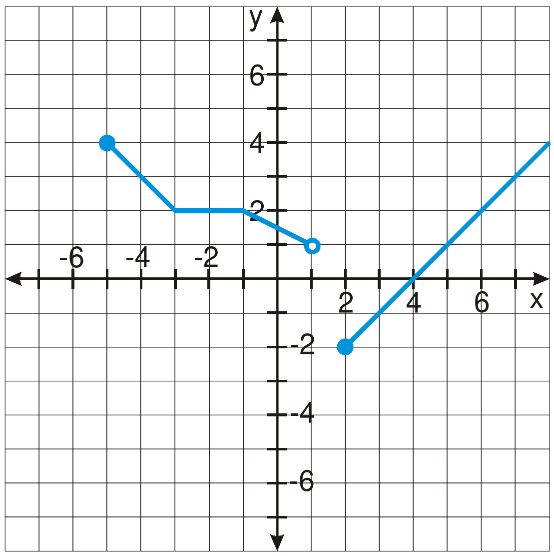
a) $f(-2)$, $f(0)$, $f(5)$,

b) všechna $x \in D(f)$, pro která platí $f(x)=-1$,

c) všechna $x \in D(f)$, pro která platí $f(x)=2$,

d) $D(f)$, e) $H(f)$,

f) všechna x, pro která platí $f(x)>0$.



a) $f(-2)=-2$, $f(0)=1{,}5$, $f(5)=1$,

b) všechna $x \in D(f)$, pro která platí $f(x)=-1$: $x=3$

c) všechna $x \in D(f)$, pro která platí $f(x)=2$: $x \in \langle -3;-1\rangle \cup \{6\}$

d) $D(f)=\langle -5;1) \cup \langle 2;\infty)$

e) $H(f)=\langle 2;\infty)$

f) všechna x, pro která platí $f(x)>0$: $D(f)=\langle -5;1) \cup \langle 4;\infty)$

Př. 3: Pro funkci na obrázku urči:

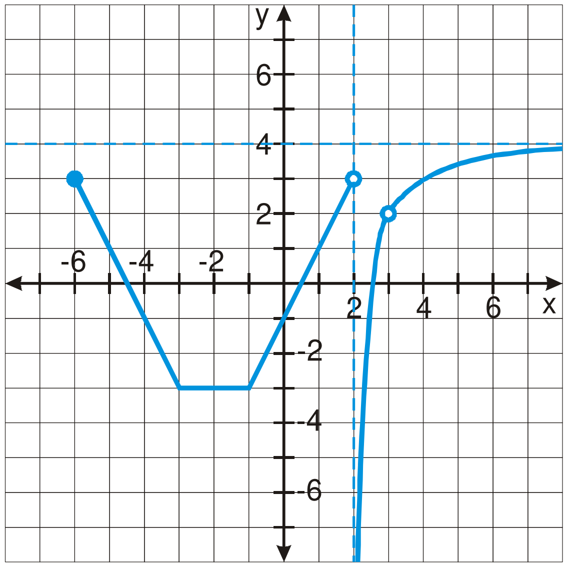
a) $f(-7)$, $f(-6)$, $f(0)$, $f(2)$, $f(4)$

b) všechna $x \in D(f)$, pro která platí $f(x)=3$,

c) všechna $x \in D(f)$, pro která platí $f(x)=0$,

d) $D(f)$, e) $H(f)$,

f) všechna x, pro která platí $f(x)>0$.



a) $f(-7)$ neexistuje, $f(-6)=3$, $f(0)=-1$, $f(2)$ neexistuje, $f(4)=3$

b) všechna $x \in D(f)$, pro která platí $f(x)=3$: $x \in \{-6; 4\}$

c) všechna $x \in D(f)$, pro která platí $f(x)=0$: $x \in \{-4,5; 0,5; 2,5\}$

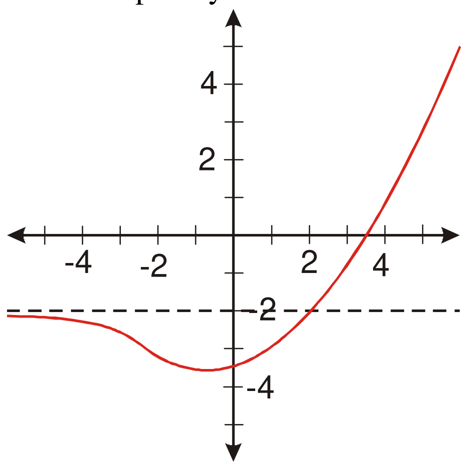
d) $D(f)=\langle -6; \infty) - \{2; 3\}$

e) $H(f)=(-\infty; 4)$

f) všechna x, pro která platí $f(x)>0$: $D(f)=\langle -6; -4,5\rangle \cup \langle 0,5; 2) \cup \langle 2,5; \infty) - \{3\}$

Př. 4: Nakresli grafu funkce, jejíž hodnoty se pro x jdoucí k nekonečnu blíží k nekonečnu a pro x jdoucí k mínus nekonečnu se blíží k -2.

Jedno ze správných řešení.



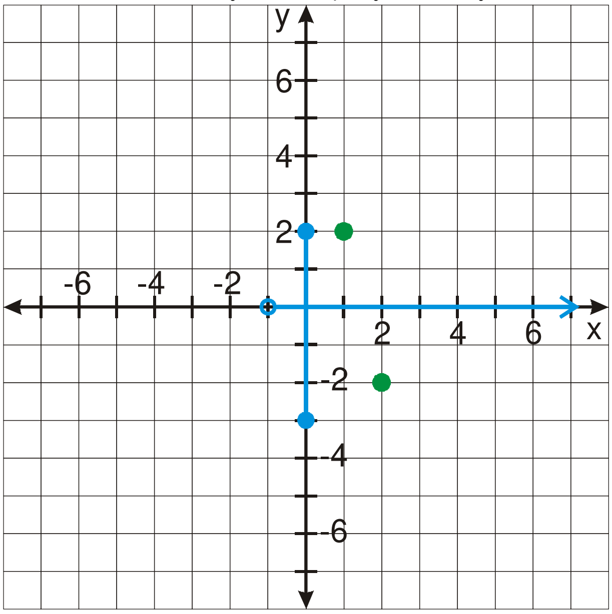
Př. 5: Nakresli graf libovolné funkce, která splňuje najednou následující podmínky:
a) $D(f)=(-1; \infty)$, $H(f)=\langle -3; 2\rangle$, $f(1)=2$, $f(2)=-2$

b) $D(f)=R$, $H(f)=\langle -2;\infty)$, $f(-2)=f(3)$, $f(0)=1$

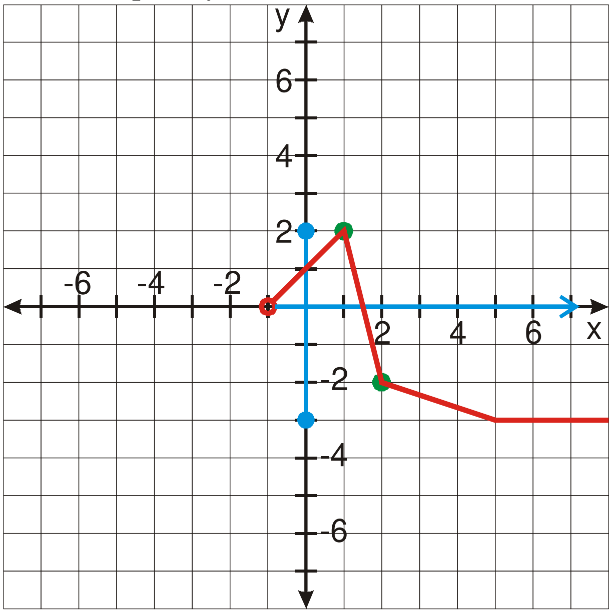
c) $D(f)=\langle -4;5\rangle$, $H(f)=(-3;\infty)$, $f(-3)<f(0)$, $f(2)=1$

a) $D(f)=(-1;\infty)$, $H(f)=\langle -3;2\rangle$, $f(1)=2$, $f(2)=-2$

Funkce splňující podmínky musí mít hodnotu pro všechna *x* vyznačená na ose x, musí dosáhnout hodnoty všech *y* vyznačených na ose *y* a musí procházet vyznačenými body.

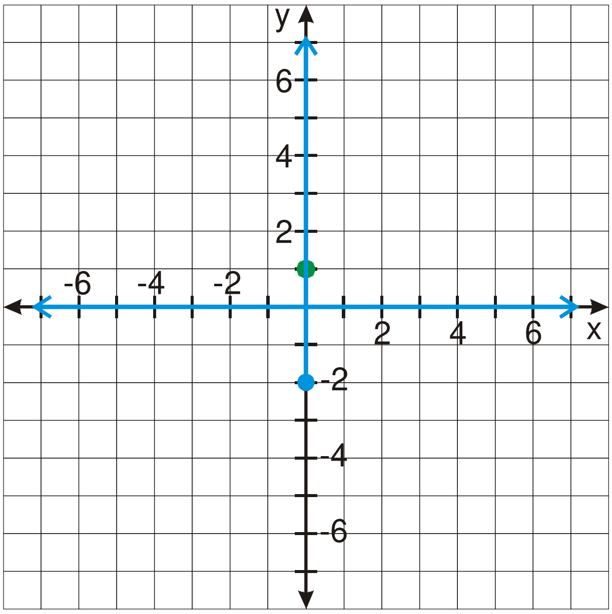


Jedno ze správných řešení.

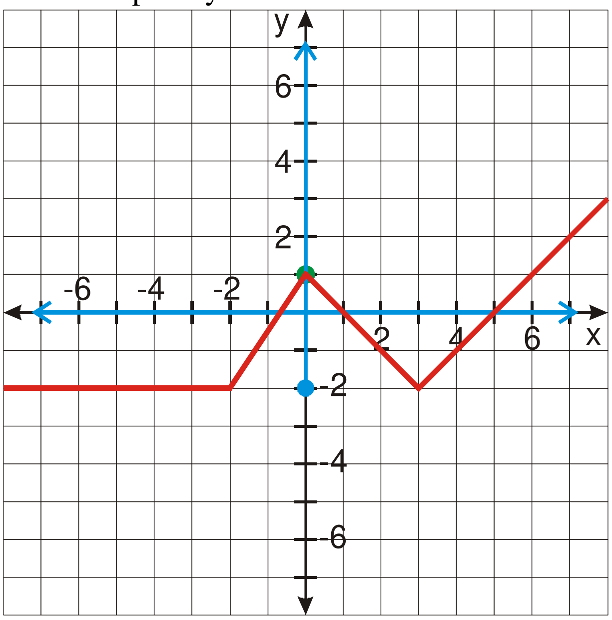


b) $D(f)=R$, $H(f)=\langle -2;\infty)$, $f(-2)=f(3)$, $f(0)=1$

Funkce splňující podmínky musí mít hodnotu pro všechna *x* vyznačená na ose x, musí dosáhnout hodnoty všech *y* vyznačených na ose *y*, musí procházet vyznačenými body a hodnota v bodě -2 se musí rovnat hodnotě v bodě 3.

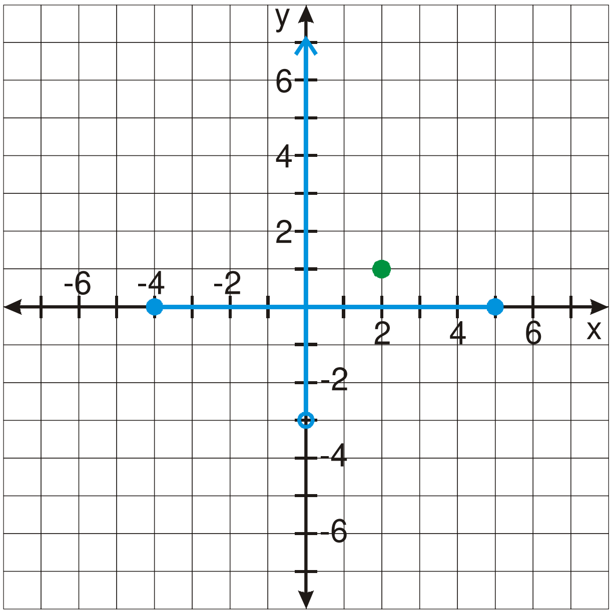


Jedno ze správných řešení.

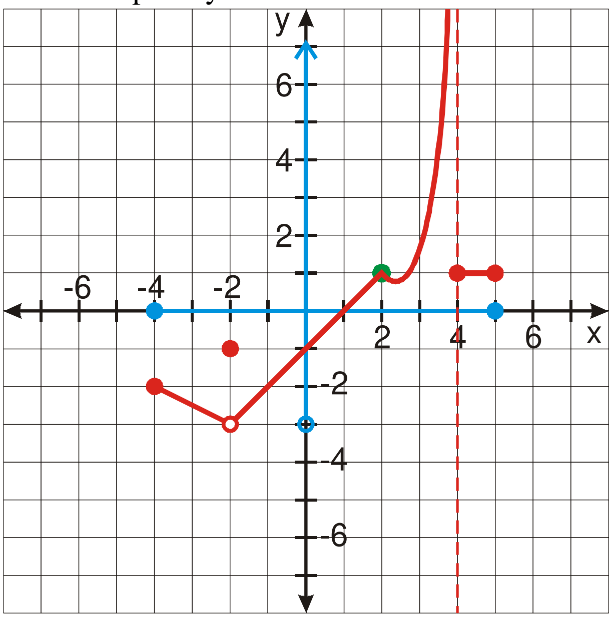


c) $D(f)=\langle -4;5\rangle$, $H(f)=(-3;\infty)$, $f(-3)<f(0)$, $f(2)=1$

Funkce splňující podmínky musí mít hodnotu pro všechna x vyznačená na ose x, musí dosáhnout hodnoty všech y vyznačených na ose y, musí procházet vyznačenými body a hodnota v bodě -2 se musí rovnat hodnotě v bodě 3.



Jedno ze správných řešení.



Shrnutí: